1.1. Uprość opis zdarzeń:

a) $A \subset B, \quad A \setminus B =$

b) $(A \cup B) \cap (A' \cup B) =$

1.2. Uprościć opis zdarzeń:

a) $A \cap B = A \Rightarrow$

b) $A \subset B, \quad (A \cup B) \cap (B \cup C) =$

1.3. Uprościć opis zdarzeń:

a) $A \cap B = A \cup B \Rightarrow$

b) $A \subset B \subset C \quad (A \cup B) \cap (B \cup C)$

1.4. Uprościć opis zdarzeń:

a) $A \subset B, \quad A \cup B =$

b) $A \subset C, \quad (A \cup B) \cap (B \cup C) =$

1.5. Doświadczenie losowe polega na rzucie dwoma kostkami do gry

a) Zdefiniować przestrzeń zdarzeń elementarnych Ω,

b) Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia: wypadła nieparzysta suma oczek.

1.6. Doświadczenia losowe polega na losowaniu jednej z trzech kul oznaczonych numerami 1, 2, 3. Zdefiniować przestrzeń probabilistyczną tego doświadczenia losowego.

1.7. Zdarzenia A, B i C tworzą podział przestrzeni zdarzeń elementarnych Ω.
Oblicz P(A), jeśli $P(A \cup B) = 0.5$ oraz $P(A \cup C) = 0.8$

1.8. Oblicz P(B) jeśli $P(A') = 0.3, \quad P(C = (A \cup B)') = 0.2, \quad P(D = (A \cap B)') = 0.6$

2.1. Doświadczenie losowe polega na rzutach kostką do gry.
a) Zbadaj, czy zdarzenia:

A: Wyrzucono parzystą liczbę oczek
B: Wyrzucono liczbę oczek większą od 4
C: Wyrzucono liczbę oczek większą od 2 i mniejszą od 6

są niezależne parami?
b) oblicz $P(B|A)$ oraz $P(A|B)$

2.2. Doświadczenie losowe polega na wylosowaniu kuli ze zbioru kul oznaczonych cyframi 1, 2, ..., 8
Zbadaj, czy zdarzenia

A: wylosowano jedną z kul o nr 2, 4, 5, 7
B: wylosowano jedną z kul o numerze 3, 4, 5, 6
C: wylosowano jedną z kul o nr 5, 6, 7, 8

a) są niezależne parami
b) są niezależne zespołowo

2.3. Grupa 50-ciu osób sklasyfikowana została ze względu na trzy cechy (A, B, C). Okazało się, że w grupie jest 20 osób posiadających cechę A, w tym także 3 osoby posiadające wszystkie trzy cechy. Wiadomo także, że pośród osób posiadających jednocześnie cechy A i B 60% posiada cechę C.
Podaj prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana osoba
a) posiada cechę A
b) posiada wszystkie trzy cechy
c) posiada cechę B pod warunkiem, że posiada cechę A.

2.4. Doświadczenie losowe polega na rzucie trzema monetami. Zdefiniowano następujące zdarzenia:

A: Na monecie pierwszej i na monecie drugiej wypadł orzeł,
B: Trzy monety upadły na tą samą stronę,
C: Wypadło więcej orłów niż reszek,

Oblicz:
a) $P(C|B)$ b) $P(C|B')$ c) $P(B|A \cap C)$

2.5. Na Rajdzie Politechniki jedna z grup rajdowych składa się ze studentów i studentek różnych wydziałów: 12 osób z WIŚ, 3 osoby z WIL i 5 osób z WM. Wiadomo poza tym, że na WIŚ studentki stanowią 65%, na WIL 55% i na WM 40%.
Oblicz prawdopodobieństwo tego, że pierwsza osoba z grupy, która wyruszy na trasę:
a) jest studentem z WIL,
b) jest studentem.

2.6. Na Rajdzie Politechniki jedna z grup rajdowych składa się ze studentów i studentek różnych wydziałów: 12 osób z WIŚ, 3 osoby z WIL i 5 osób z WM. Wiadomo poza tym, że na WIŚ studentki stanowią 65%, na WIL 55% i na WM 40%.
Oblicz prawdopodobieństwo tego, że pierwsza osoba z grupy, która wyruszy na trasę:
a) jest studentem z WM,
b) jeśli pierwsza wyruszyła studentka, że studiuje na WM?

2.7. Dziekan WIŚ załatwia pozytywnie średnio 85% podań studenckich, dziekan WIL 70%, zaś dziekan WM 80%. Pewnego dnia w kolejce do dziekana WIŚ stało 15 osób, do dziekana WIL 10 osób a do dziekana WM 25 osób. Oblicz prawdopodobieństwo, że pierwsza osoba z tych trzech wydziałów, która tego dnia przedstawiła podanie do dziekana:
a) studiuje na WM a jej podanie zostało odrzucone
b) została załatwiona pozytywnie.

2.8. Dziekan WIŚ załatwia pozytywnie średnio 85% podań studenckich, dziekan WIL 70%, zaś dziekan WM 80%. Pewnego dnia w kolejce do dziekana WIŚ stało 10 osób, do dziekana WIL 25 osób a do dziekana WM 15 osób. Oblicz prawdopodobieństwo, że pierwsza osoba z tych trzech wydziałów, która tego dnia przedstawiła podanie do dziekana:
a) studiuje na WIŚ a dziekan pozytywnie załatwił podanie,
b) gdy dziekan pozytywnie załatwił podanie, studiuje na WIŚ.

3.1. Dla rozkładu prawdopodobieństwa określonego tabelką:

x_i	1	2	4	8
p_i	0.1	0.15	p_3	0.4

a) Wyznacz p_3 b) Zdefiniuj dystrybuantę F(x) c) Oblicz $P(2 \le X \le 8)$

3.2. Dla rozkładu prawdopodobieństwa określonego tabelką:

x_i	-1	0	1	3
p_i	0.3	p_2	0.2	0.15

a) Wyznacz p_2 b) Zdefiniuj dystrybuantę c) Oblicz P(X>0)

3.3 Dla dystrybuanty zdefiniowanej tabelką:

x	(-∞, 1>	(1, 2>	(2, 4>	(4, 8>	(8, ∞)
F(x)	0	0.1	0.25	0.6	1

a) Zdefiniuj rozkład prawdopodobieństwa b) Oblicz P(X<4) c) Oblicz P(X>4)

3.4 Dla dystrybuanty zdefiniowanej tabelką:

x	(-∞, -1>	(-1, 0>	(0, 1>	(1, 3>	(3, ∞)
F(x)	0	0.3	0.65	0.85	1

a) Zdefiniuj rozkład prawdopodobieństwa b) Oblicz $P(|X| \le 1)$

3.5 Dla funkcji gęstości:

$$f(x)=\begin{cases} 0.1x & 2 \le x \le 2\sqrt{6} \\ 0 & \textit{poza tym} \end{cases}$$

a) Wyznacz dystrybuantę
b) Oblicz $P(1 \le x \le 4)$

3.6. Dla funkcji gęstości:

$$f(x)=\begin{cases} c * \cos x & -\tfrac{1}{3}\pi \le x \le \tfrac{1}{3}\pi \\ 0 & \textit{poza tym} \end{cases}$$

a) Wyznacz stałą c
b) Oblicz $P(0 \le x \le \tfrac{2}{3}\pi)$

3.7. Funkcję F(x) zdefiniowano wzorami:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x < 2 \\ a*(x^2-4) & 2 \le x \le 2\sqrt{6} \\ 1 & x > 2\sqrt{6} \end{cases}$$

a) Dla jakiej wartości **a** funkcja F(x) jest dystrybuantą ciągłej zmiennej losowej
b) Zdefiniuj funkcję gęstości dla tak określonej dystrybuanty
c) Oblicz $P(3 \le x \le 6)$

3.8. Dystrybuanta zmiennej losowej ciągłej określona jest wzorem:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x < -\tfrac{1}{3}\pi \\ \tfrac{1}{3}\sqrt{3}\sin x + \tfrac{1}{2} & -\tfrac{1}{3}\pi \le x \le \tfrac{1}{3}\pi \\ 1 & x > \tfrac{1}{3}\pi \end{cases}$$

a) Wyznacz funkcję gęstości
b) Oblicz $P(|X| < \tfrac{1}{6}\pi)$

4.1. Dla rozkładu prawdopodobieństwa określonego tabelką:

x_i	-3	1	5
p_i	0.4	0.4	0.2

Wyznacz:

a)Wartość przeciętną EX   b) Odchylenie standardowe DX   c) Trzeci moment zwykły α_3

4.2. Dla rozkładu prawdopodobieństwa określonego tabelką:

x_i	-2	-1	2
p_i	0.1	0.7	0.2

a) Wyznacz wartość przeciętną EX   b) Oblicz odchylenie przeciętne od wartości przeciętnej d_1

c) Podaj wartość mody (dominanty) m_0

4.3 Dla dystrybuanty zdefiniowanej tabelką:

x	(-∞, -1>	(-1, 2>	(2, 10>	(10, ∞)
F(x)	0	0.3	0.7	1

wyznacz: a) kwantyl rzędu 0.7 $x_{0.7}$ b) wartość przeciętną EX

4.4 Dla dystrybuanty zdefiniowanej tabelką:

x	(-∞, -2>	(-2, 0>	(0, 2>	(2, ∞)
F(x)	0	0.15	0.45	1

a) Wyznacz medianę $x_{0.5}$ b) Oblicz odchylenie przeciętne od mediany d_2

4.5 Dla funkcji gęstości:

f(x)= $\begin{cases} \frac{1}{x} & 1 \le x \le e \\ 0 & poza\ tym \end{cases}$

a) Oblicz wartość przeciętną EX

b) Oblicz drugi moment zwykły α_2

4.6. Dla funkcji gęstości:

f(x)= $\begin{cases} \frac{1}{2} & 0 \le x \le 2 \\ 0 & poza\ tym \end{cases}$

a) Oblicz wartość przeciętną

b) Oblicz wariancję

4.7. Dla dystrybuanty:

F(x)= $\begin{cases} 0 & x < 1 \\ \ln x & 1 \le x \le e \\ 1 & x > e \end{cases}$

a) Wyznacz medianę $x_{0.5}$

b) Wyznacz wartość przeciętną EX

4.8. Dystrybuanta zmiennej losowej ciągłej określona jest wzorem:

F(x)= $\begin{cases} 0 & x < 2 \\ \frac{1}{2}x - 1 & 2 \le x \le 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases}$

a) Wyznacz kwantyl rzędu 0.25 $x_{0.25}$

b) Wyznacz wartość przeciętną EX

5.1. Co czwarty student przyjeżdża na Politechnikę autobusem 129.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w pięcioosobowej grupce studentów siedzących przed stołówką co najmniej 2 osoby przyjechały autobusem 129 ?

b) Jaka jest przeciętna liczba studentów dojeżdżających autobusem 129, jeśli rozpatrujemy grupy pięcioosobowe ?

5.2. Co trzeci student korzysta ze stołówki.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w sześcioosobowej grupie studentów co najwyżej czworo korzysta ze stołówki ?

b) Jaka jest najbardziej prawdopodobna liczba studentów korzystających ze stołówki w grupie sześcioosobowej ?

5.3. Prawdopodobieństwo zgubienia indeksu przez studenta w okresie 1 roku wynosi 0.004. Na Wydziale studiuje 1000 osób na studiach dziennych. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w bieżącym roku dziekanat studiów dziennych wyda co najmniej 2 duplikaty.

5.4. Prawdopodobieństwo nie podpisania kartkówki wynosi 0.005. Jeśli przyjąć, że prowadzący zajęcia ze statystyki poprawia w semestrze ok. 600 kartkówek, oblicz jakie jest prawdopodobieństwo, że liczba nie podpisanych kartkówek będzie nie większa od 2.

5.5. Dla rozkładu N(-3, 2) znaleźć $P(-4<X<-2)$.

5.6. Cecha X ma rozkład logarytmiczno-normalny o parametrach $\mu = 1.5, \sigma = 2$.

a) Oblicz $P(X>10)$

b) Oblicz medianę $x_{0.5}$

5.7. Wyznacz parametr σ rozkładu $N(-1, \sigma)$, jeśli wiadomo, że $P(X>-0.5)=0.4013$.

5.8. Wyznacz parametr μ rozkładu N(μ, 4) zmiennej losowej X, jeśli wiadomo, że $P(X<2)=0.1056$

6.1. Dla próbki: 2, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 9,14 pochodzącej z populacji o rozkładzie normalnym o nieznanych parametrach oblicz przedział ufności dla wartości przeciętnej μ populacji jeśli założono poziom ufności $1-\alpha = 0.95$.

6.2. Dla próbki: 2, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 9,14 pochodzącej z populacji o rozkładzie normalnym o znanym parametrze σ obliczono przedział ufności dla wartości przeciętnej μ populacji przy założonym poziomie ufności $1-\alpha = 0.95$, który wynosi:
$4.713 < \mu < 9.287$. Wyznacz wartość parametru σ, którą użyto do obliczenia przedziału ufności.

6.3. Dla próbki: 2, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8 pochodzącej z populacji o rozkładzie normalnym o nieznanych parametrach oblicz przedział ufności dla wartości przeciętnej μ populacji, jeśli założono poziom ufności $1-\alpha = 0.98$.

6.4. Dla n-elementowej próby (n>100) obliczono przedział ufności dla wartości przeciętnej populacji μ przy założeniu poziomu ufności $1-\alpha = 0.98$. Oblicz liczność n próbki (zaokrąglić do liczby całkowitej), jeśli przedział ufności wynosi: $4.97 < \mu < 6.03$, oraz $\bar{x} = 5.5$, $s = 2.5$

6.5. Dla próbki: 2, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 9,14 pochodzącej z populacji o rozkładzie normalnym o nieznanych parametrach oblicz przedział ufności dla odchylenia standardowego σ populacji jeśli założono poziom ufności $1-\alpha = 0.95$.

6.6. Dla próbki: 2, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8 pochodzącej z populacji o rozkładzie normalnym o nieznanych parametrach oblicz przedział ufności dla odchylenia standardowego σ populacji jeśli założono poziom ufności $1-\alpha = 0.98$.

6.7. Porównaj przedziały ufności dla wariancji populacji obliczone przy użyciu dwóch modeli z 50-cio elementowej próbki o odchyleniu standardowym s=10, jeśli założono poziom ufności $1-\alpha = 0.9$

6.8. Dla próbki: 3, 7, 10, 10, 11, 12, 12, 15 pochodzącej z populacji o rozkładzie normalnym o nieznanych parametrach oblicz przedziały ufności dla wartości przeciętnej μ oraz dla odchylenia standardowego σ populacji jeśli założono poziom ufności $1-\alpha = 0.95$.

7.1. Z populacji o rozkładzie normalnym i znanej wariancji $\sigma^2 = 0.15$ wylosowano próbę:
1.8, 1.6, 1.6, 2.1, 1.4, 1.6, 1.1, 1.9, 2.4, 1.5

Posługując się testem istotności, dla poziomu istotności $\alpha = 0.02$ sprawdź hipotezę:

Ho: $\mu = 1.5$ wobec H_1: $\mu \# 1.5$

Podaj graniczną liczebność próby n_1 dla której (bez zmiany pozostałych parametrów) można przyjąć hipotezę H_1 .

7.2. Z populacji o rozkładzie normalnym wylosowano próbę:
38, 29, 56, 61, 47, 48, 34, 51, 36, 40, 49, 39

Przy wykorzystaniu testu istotności, dla poziomu istotności $\alpha = 0.1$ sprawdź hipotezę:

Ho: $\mu = 50$ wobec H_1: $\mu < 50$

Oszacuj graniczną wartość poziomu istotności α_1 powyżej której hipotezę Ho należy odrzucić.

7.3. Z populacji o nieznanym rozkładzie wylosowano 150 elementową próbę. Obliczono dla próby wartość średnią $\bar{x} = 21.4$ oraz odchylenie standardowe s = 10.5 .

Sprawdź przy pomocy testu istotności hipotezę:

Ho: $\mu = 20$ wobec H_1: $\mu > 20$

Przyjmij poziom istotności $\alpha = 0.05$.

7.4. Z populacji o rozkładzie normalnym wylosowano próbę:
38, 29, 56, 61, 47, 48, 34, 51, 36, 40, 49, 39

Korzystając z testu istotności sprawdź dla poziomu istotności $\alpha = 0.05$ hipotezę:

Ho: $\sigma = 8$ wobec H_1: $\sigma > 8$

7.5. Z populacji o rozkładzie normalnym wylosowano 50-cio elementową próbę. Wiedząc, że wariancja z próby $s^2 = 26$ sprawdź przy pomocy testu istotności hipotezę:

Ho: $\sigma^2 = 20$ wobec H_1: $\sigma^2 \# 20$

Przyjmij poziom istotności $\alpha = 0.1$. Sprawdź test istotności dwukrotnie, wykorzystując modele dla próby małej i dużej.

7.6. Wyobraźmy sobie, że na Rajdzie PK pewnego roku zadano pytanie 120 uczestnikom rajdu ile kilometrów przeszli po trasach rajdu tego roku. Załóżmy, że padły następujące odpowiedzi:

di – (km)	<0, 15)	<15, 30)	<30, 45)	<45, 60)	<60, 75)
ni – (liczba studentów)	55	45	10	7	3

Dla poziomu istotności $\alpha = 0.1$ sprawdź, czy teoretyczną postać Fo(d) dystrybuanty F(d) zmiennej losowej D (pokonana droga w kilometrach) można opisać wzorem $F_0(d) = 1 - e^{-0.05d}$

7.7. Dla próby: 30, 24, 32, 36, 22, 16, 50 wylosowanej z populacji o rozkładzie normalnym o nieznanych parametrach zweryfikuj na poziomie istotności $\alpha = 0.1$ hipotezę:

$$H_0 : F_X(x) = F_{N(35,10)}(x)$$

7.8. Wylosowano próbę:
1.8, 1.6, 1.6, 2.1, 1.4, 1.6, 1.1, 1.9, 2.4, 1.5

Sprawdź na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ czy próba może pochodzić z populacji o rozkładzie N(1.5, 0.5) .